

# Concentration\_CO2\_atmosphere

June 17, 2020

## 1 Evolution de la concentration de CO2 dans l'atmosphère depuis 1958.

Modules Python utilisés dans cette étude

```
[1]: %matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import pandas as pd
import scipy.optimize as optimize # utilisé pour l'optimisation finale
import isoweek
import os
import urllib.request # utile pour créer fichier directement à partir de l'URL
```

En 1958, Charles David Keeling a initié une mesure de la concentration de CO2 dans l'atmosphère à l'observatoire de Mauna Loa, Hawaii, États-Unis qui continue jusqu'à aujourd'hui. Les données sont disponibles sur le [site Web de l'institut Scripps](#).

Le format des données est explicité dans le fichier CSV :

“The data file below contains 2 columns indicating the date and CO2” ” concentrations in micro-mol CO2 per mole (ppm), reported on the 2008A ” ” SIO manometric mole fraction scale. These weekly values have been ” ” adjusted to 12:00 hours at middle day of each weekly period as ” ” indicated by the date in the first column. ”

Les 43 premières lignes sont des commentaires que nous ignorons en précisant skiprows=43.

Vérifions qu'une copie locale des données existe dans le répertoire de travail sinon nous la téléchargeons.

**NB:** La version de la base de données hebdomadaires utilisée dans la création de ce document computationnel a été téléchargé le 12/06/2020.

Nous ajoutons un nom aux colonnes pour les identifier plus facilement par la suite

```
[2]: data_url = "https://scrippsco2.ucsd.edu/assets/data/atmospheric/stations/
      ↪in_situ_co2/weekly/weekly_in_situ_co2_mlo.csv"
data_file = "concentrationCO2.csv"

os.path.isfile(data_file)
```

```

if os.path.isfile(data_file) == 0:
    urllib.request.urlretrieve(data_url, data_file)

raw_data = pd.read_csv(data_file, names = ['date', 'CO2_concentration'],
    ↪skiprows=44)
raw_data

```

```

[2]:
      date  CO2_concentration
0   1958-03-29           316.19
1   1958-04-05           317.31
2   1958-04-12           317.69
3   1958-04-19           317.58
4   1958-04-26           316.48
5   1958-05-03           316.95
6   1958-05-17           317.56
7   1958-05-24           317.99
8   1958-07-05           315.85
9   1958-07-12           315.85
10  1958-07-19           315.46
11  1958-07-26           315.59
12  1958-08-02           315.64
13  1958-08-09           315.10
14  1958-08-16           315.09
15  1958-08-30           314.14
16  1958-09-06           313.54
17  1958-11-08           313.05
18  1958-11-15           313.26
19  1958-11-22           313.57
20  1958-11-29           314.01
21  1958-12-06           314.56
22  1958-12-13           314.41
23  1958-12-20           314.77
24  1958-12-27           315.21
25  1959-01-03           315.24
26  1959-01-10           315.50
27  1959-01-17           315.69
28  1959-01-24           315.86
29  1959-01-31           315.42
...
3143 2019-11-02           409.86
3144 2019-11-09           410.15
3145 2019-11-16           410.22
3146 2019-11-23           410.48
3147 2019-11-30           410.92
3148 2019-12-07           411.27
3149 2019-12-14           411.67
3150 2019-12-21           412.30

```

|      |            |        |
|------|------------|--------|
| 3151 | 2019-12-28 | 412.59 |
| 3152 | 2020-01-04 | 413.19 |
| 3153 | 2020-01-11 | 413.39 |
| 3154 | 2020-01-25 | 413.36 |
| 3155 | 2020-02-01 | 413.99 |
| 3156 | 2020-02-08 | 414.83 |
| 3157 | 2020-02-15 | 413.81 |
| 3158 | 2020-02-22 | 414.17 |
| 3159 | 2020-02-29 | 413.89 |
| 3160 | 2020-03-07 | 414.00 |
| 3161 | 2020-03-14 | 414.30 |
| 3162 | 2020-03-21 | 414.62 |
| 3163 | 2020-03-28 | 415.57 |
| 3164 | 2020-04-04 | 415.61 |
| 3165 | 2020-04-11 | 416.47 |
| 3166 | 2020-04-18 | 416.60 |
| 3167 | 2020-04-25 | 415.86 |
| 3168 | 2020-05-02 | 417.20 |
| 3169 | 2020-05-09 | 416.99 |
| 3170 | 2020-05-16 | 416.54 |
| 3171 | 2020-05-23 | 417.49 |
| 3172 | 2020-05-30 | 417.19 |

[3173 rows x 2 columns]

Y a-t-il des lignes sans données valides dans ce jeux de données ?

```
[3]: raw_data[raw_data.isnull().any(axis=1)]
```

```
[3]: Empty DataFrame
      Columns: [date, CO2_concentration]
      Index: []
```

À la date de création de ce document il n'y a pas de données non valides. Cependant on introduisons une procédure pour supprimer les lignes avec de telles données manquantes susceptibles d'être introduite dans la base de données par la suite.

```
[4]: data = raw_data.dropna().copy()
      print (data.columns) #verification format du dataframe
      data
```

```
Index(['date', 'CO2_concentration'], dtype='object')
```

```
[4]:
```

|   | date       | CO2_concentration |
|---|------------|-------------------|
| 0 | 1958-03-29 | 316.19            |
| 1 | 1958-04-05 | 317.31            |
| 2 | 1958-04-12 | 317.69            |
| 3 | 1958-04-19 | 317.58            |

|      |            |        |
|------|------------|--------|
| 4    | 1958-04-26 | 316.48 |
| 5    | 1958-05-03 | 316.95 |
| 6    | 1958-05-17 | 317.56 |
| 7    | 1958-05-24 | 317.99 |
| 8    | 1958-07-05 | 315.85 |
| 9    | 1958-07-12 | 315.85 |
| 10   | 1958-07-19 | 315.46 |
| 11   | 1958-07-26 | 315.59 |
| 12   | 1958-08-02 | 315.64 |
| 13   | 1958-08-09 | 315.10 |
| 14   | 1958-08-16 | 315.09 |
| 15   | 1958-08-30 | 314.14 |
| 16   | 1958-09-06 | 313.54 |
| 17   | 1958-11-08 | 313.05 |
| 18   | 1958-11-15 | 313.26 |
| 19   | 1958-11-22 | 313.57 |
| 20   | 1958-11-29 | 314.01 |
| 21   | 1958-12-06 | 314.56 |
| 22   | 1958-12-13 | 314.41 |
| 23   | 1958-12-20 | 314.77 |
| 24   | 1958-12-27 | 315.21 |
| 25   | 1959-01-03 | 315.24 |
| 26   | 1959-01-10 | 315.50 |
| 27   | 1959-01-17 | 315.69 |
| 28   | 1959-01-24 | 315.86 |
| 29   | 1959-01-31 | 315.42 |
| ...  | ...        | ...    |
| 3143 | 2019-11-02 | 409.86 |
| 3144 | 2019-11-09 | 410.15 |
| 3145 | 2019-11-16 | 410.22 |
| 3146 | 2019-11-23 | 410.48 |
| 3147 | 2019-11-30 | 410.92 |
| 3148 | 2019-12-07 | 411.27 |
| 3149 | 2019-12-14 | 411.67 |
| 3150 | 2019-12-21 | 412.30 |
| 3151 | 2019-12-28 | 412.59 |
| 3152 | 2020-01-04 | 413.19 |
| 3153 | 2020-01-11 | 413.39 |
| 3154 | 2020-01-25 | 413.36 |
| 3155 | 2020-02-01 | 413.99 |
| 3156 | 2020-02-08 | 414.83 |
| 3157 | 2020-02-15 | 413.81 |
| 3158 | 2020-02-22 | 414.17 |
| 3159 | 2020-02-29 | 413.89 |
| 3160 | 2020-03-07 | 414.00 |
| 3161 | 2020-03-14 | 414.30 |
| 3162 | 2020-03-21 | 414.62 |

|      |            |        |
|------|------------|--------|
| 3163 | 2020-03-28 | 415.57 |
| 3164 | 2020-04-04 | 415.61 |
| 3165 | 2020-04-11 | 416.47 |
| 3166 | 2020-04-18 | 416.60 |
| 3167 | 2020-04-25 | 415.86 |
| 3168 | 2020-05-02 | 417.20 |
| 3169 | 2020-05-09 | 416.99 |
| 3170 | 2020-05-16 | 416.54 |
| 3171 | 2020-05-23 | 417.49 |
| 3172 | 2020-05-30 | 417.19 |

[3173 rows x 2 columns]

Le format de la date est conventionnelle et compris par la bibliothèque pandas. En analysant rapidement les données, il est facile de constater qu'il n'y a pas toujours des relevés de la concentration par semaine. Nous pouvons néanmoins utiliser les données telles quelles pour tracer un premier aperçu des données brutes.

## 1.1 Tracé des données

Nous indexons les données de concentration de C02 avec la date

```
[5]: sorted_data = data.set_index('date').sort_index()
sorted_data
```

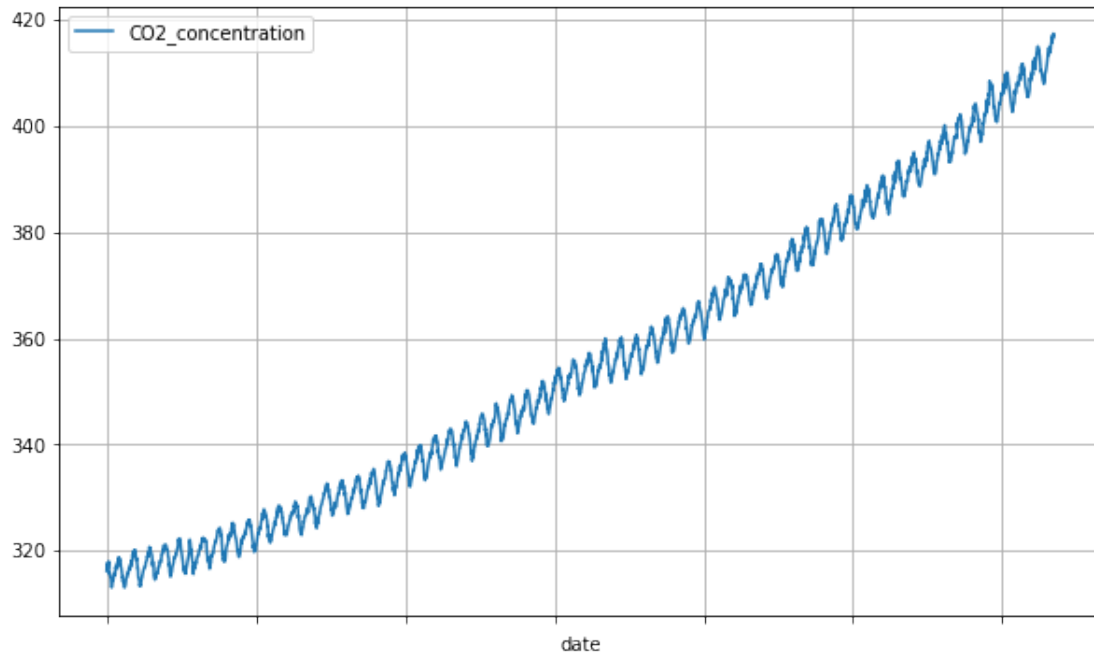
```
[5]:          C02_concentration
date
1958-03-29          316.19
1958-04-05          317.31
1958-04-12          317.69
1958-04-19          317.58
1958-04-26          316.48
1958-05-03          316.95
1958-05-17          317.56
1958-05-24          317.99
1958-07-05          315.85
1958-07-12          315.85
1958-07-19          315.46
1958-07-26          315.59
1958-08-02          315.64
1958-08-09          315.10
1958-08-16          315.09
1958-08-30          314.14
1958-09-06          313.54
1958-11-08          313.05
1958-11-15          313.26
1958-11-22          313.57
```

|            |        |
|------------|--------|
| 1958-11-29 | 314.01 |
| 1958-12-06 | 314.56 |
| 1958-12-13 | 314.41 |
| 1958-12-20 | 314.77 |
| 1958-12-27 | 315.21 |
| 1959-01-03 | 315.24 |
| 1959-01-10 | 315.50 |
| 1959-01-17 | 315.69 |
| 1959-01-24 | 315.86 |
| 1959-01-31 | 315.42 |
| ...        | ...    |
| 2019-11-02 | 409.86 |
| 2019-11-09 | 410.15 |
| 2019-11-16 | 410.22 |
| 2019-11-23 | 410.48 |
| 2019-11-30 | 410.92 |
| 2019-12-07 | 411.27 |
| 2019-12-14 | 411.67 |
| 2019-12-21 | 412.30 |
| 2019-12-28 | 412.59 |
| 2020-01-04 | 413.19 |
| 2020-01-11 | 413.39 |
| 2020-01-25 | 413.36 |
| 2020-02-01 | 413.99 |
| 2020-02-08 | 414.83 |
| 2020-02-15 | 413.81 |
| 2020-02-22 | 414.17 |
| 2020-02-29 | 413.89 |
| 2020-03-07 | 414.00 |
| 2020-03-14 | 414.30 |
| 2020-03-21 | 414.62 |
| 2020-03-28 | 415.57 |
| 2020-04-04 | 415.61 |
| 2020-04-11 | 416.47 |
| 2020-04-18 | 416.60 |
| 2020-04-25 | 415.86 |
| 2020-05-02 | 417.20 |
| 2020-05-09 | 416.99 |
| 2020-05-16 | 416.54 |
| 2020-05-23 | 417.49 |
| 2020-05-30 | 417.19 |

[3173 rows x 1 columns]

### 1.1.1 Tracé de toute les données depuis fin mars 1958

```
[6]: fig1 = data.plot(x='date',y='CO2_concentration',figsize=(10,6))  
data_size = len(data['date'])  
plt.grid()
```

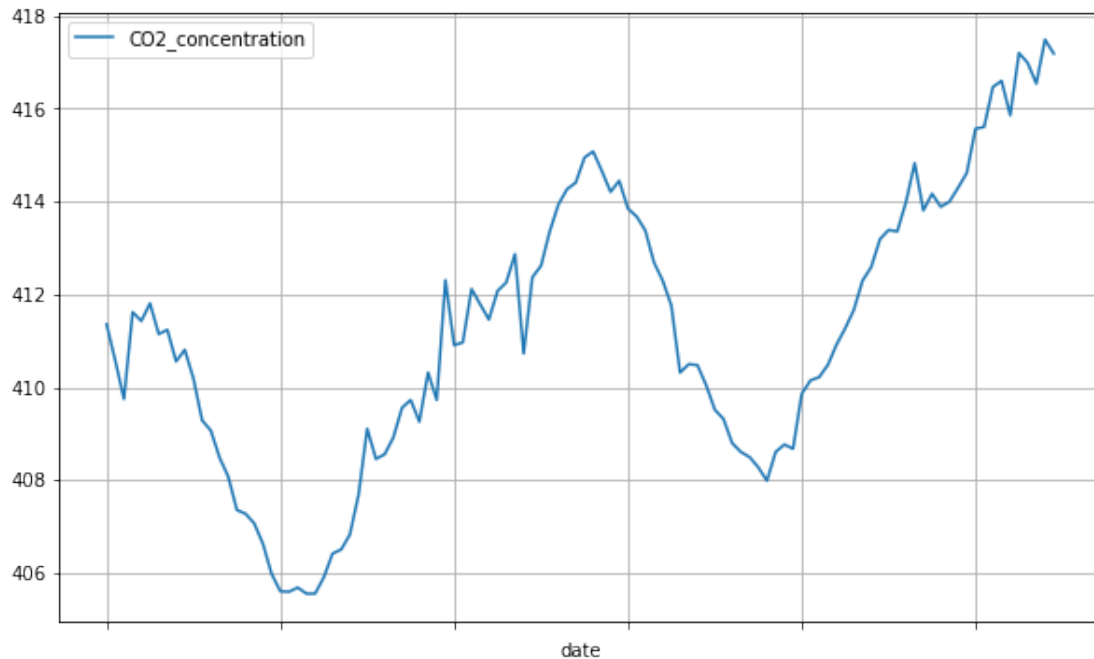


Il existe clairement deux tendances. Une tendance à court terme et une à long terme.

Étudions d'abord la tendance oscillatoire à court terme en traçant ces données sur les dernières années.

### 1.1.2 Tracé des données sur les 110 données les plus récentes (>2\*52 semaines = 2 ans si pas de trou)

```
[7]: fig2 = data[-110:].plot(x='date',y='CO2_concentration', figsize=(10,6))  
plt.grid()
```



## 1.2 Ré-échantillonnage régulier des données

Pour avoir un échantillonnage régulier des données nous allons moyenner sur un mois à chaque fois. Nous allons d'abord extraire les années et mois sous forme de 2 colonnes supplémentaires.

```
[8]: data['year'] = pd.DatetimeIndex(data['date']).year
data['month'] = pd.DatetimeIndex(data['date']).month
data
```

```
[8]:
```

|    | date       | CO2_concentration | year | month |
|----|------------|-------------------|------|-------|
| 0  | 1958-03-29 | 316.19            | 1958 | 3     |
| 1  | 1958-04-05 | 317.31            | 1958 | 4     |
| 2  | 1958-04-12 | 317.69            | 1958 | 4     |
| 3  | 1958-04-19 | 317.58            | 1958 | 4     |
| 4  | 1958-04-26 | 316.48            | 1958 | 4     |
| 5  | 1958-05-03 | 316.95            | 1958 | 5     |
| 6  | 1958-05-17 | 317.56            | 1958 | 5     |
| 7  | 1958-05-24 | 317.99            | 1958 | 5     |
| 8  | 1958-07-05 | 315.85            | 1958 | 7     |
| 9  | 1958-07-12 | 315.85            | 1958 | 7     |
| 10 | 1958-07-19 | 315.46            | 1958 | 7     |
| 11 | 1958-07-26 | 315.59            | 1958 | 7     |
| 12 | 1958-08-02 | 315.64            | 1958 | 8     |
| 13 | 1958-08-09 | 315.10            | 1958 | 8     |

|      |            |        |      |     |
|------|------------|--------|------|-----|
| 14   | 1958-08-16 | 315.09 | 1958 | 8   |
| 15   | 1958-08-30 | 314.14 | 1958 | 8   |
| 16   | 1958-09-06 | 313.54 | 1958 | 9   |
| 17   | 1958-11-08 | 313.05 | 1958 | 11  |
| 18   | 1958-11-15 | 313.26 | 1958 | 11  |
| 19   | 1958-11-22 | 313.57 | 1958 | 11  |
| 20   | 1958-11-29 | 314.01 | 1958 | 11  |
| 21   | 1958-12-06 | 314.56 | 1958 | 12  |
| 22   | 1958-12-13 | 314.41 | 1958 | 12  |
| 23   | 1958-12-20 | 314.77 | 1958 | 12  |
| 24   | 1958-12-27 | 315.21 | 1958 | 12  |
| 25   | 1959-01-03 | 315.24 | 1959 | 1   |
| 26   | 1959-01-10 | 315.50 | 1959 | 1   |
| 27   | 1959-01-17 | 315.69 | 1959 | 1   |
| 28   | 1959-01-24 | 315.86 | 1959 | 1   |
| 29   | 1959-01-31 | 315.42 | 1959 | 1   |
| ...  | ...        | ...    | ...  | ... |
| 3143 | 2019-11-02 | 409.86 | 2019 | 11  |
| 3144 | 2019-11-09 | 410.15 | 2019 | 11  |
| 3145 | 2019-11-16 | 410.22 | 2019 | 11  |
| 3146 | 2019-11-23 | 410.48 | 2019 | 11  |
| 3147 | 2019-11-30 | 410.92 | 2019 | 11  |
| 3148 | 2019-12-07 | 411.27 | 2019 | 12  |
| 3149 | 2019-12-14 | 411.67 | 2019 | 12  |
| 3150 | 2019-12-21 | 412.30 | 2019 | 12  |
| 3151 | 2019-12-28 | 412.59 | 2019 | 12  |
| 3152 | 2020-01-04 | 413.19 | 2020 | 1   |
| 3153 | 2020-01-11 | 413.39 | 2020 | 1   |
| 3154 | 2020-01-25 | 413.36 | 2020 | 1   |
| 3155 | 2020-02-01 | 413.99 | 2020 | 2   |
| 3156 | 2020-02-08 | 414.83 | 2020 | 2   |
| 3157 | 2020-02-15 | 413.81 | 2020 | 2   |
| 3158 | 2020-02-22 | 414.17 | 2020 | 2   |
| 3159 | 2020-02-29 | 413.89 | 2020 | 2   |
| 3160 | 2020-03-07 | 414.00 | 2020 | 3   |
| 3161 | 2020-03-14 | 414.30 | 2020 | 3   |
| 3162 | 2020-03-21 | 414.62 | 2020 | 3   |
| 3163 | 2020-03-28 | 415.57 | 2020 | 3   |
| 3164 | 2020-04-04 | 415.61 | 2020 | 4   |
| 3165 | 2020-04-11 | 416.47 | 2020 | 4   |
| 3166 | 2020-04-18 | 416.60 | 2020 | 4   |
| 3167 | 2020-04-25 | 415.86 | 2020 | 4   |
| 3168 | 2020-05-02 | 417.20 | 2020 | 5   |
| 3169 | 2020-05-09 | 416.99 | 2020 | 5   |
| 3170 | 2020-05-16 | 416.54 | 2020 | 5   |
| 3171 | 2020-05-23 | 417.49 | 2020 | 5   |
| 3172 | 2020-05-30 | 417.19 | 2020 | 5   |

[3173 rows x 4 columns]

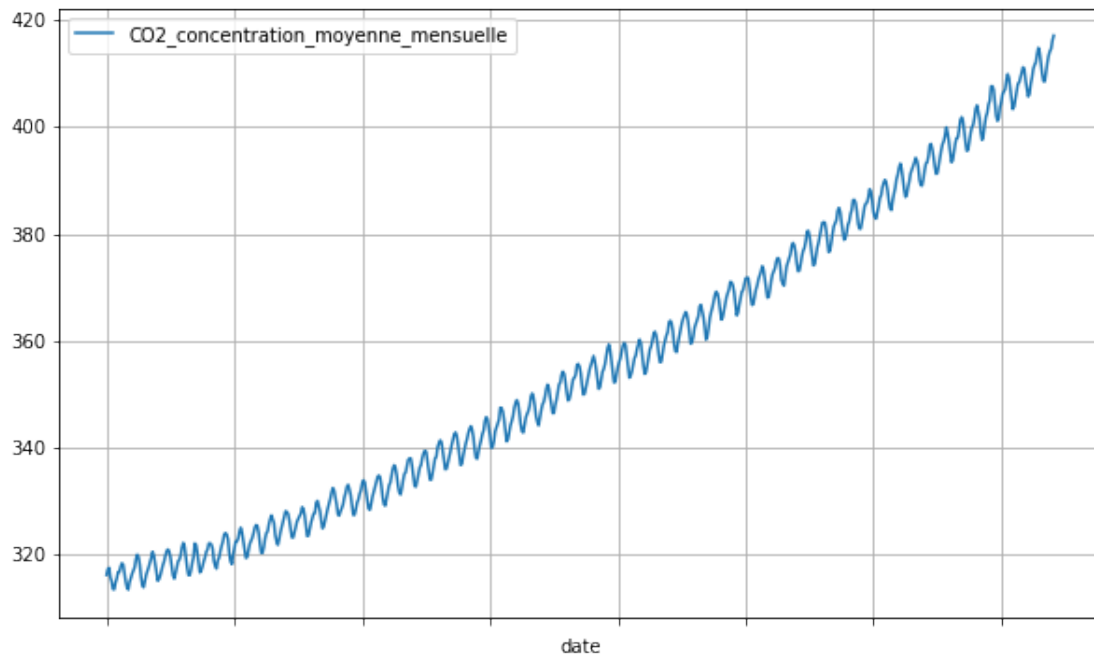
Nous pouvons maintenant sélectionner les éléments de la base de donnée qui se réfèrent à une année. Puis au sein de ceux-ci nous sélectionnons les mesures d'un même mois et nous en prenons la moyenne. Nous recréons ensuite un dataframe avec ces nouvelles données. *NB : Cela revient à un léger filtrage passe-bas des fluctuations observées dans un mois.*

```
[9]: Monthly_data_list=[]
years=data['year'].unique()
for a in years:
    months_per_year = data['month'][(data.year == a)].unique()
    for b in months_per_year:
        date = str(a) + "-" + str(b)
        Monthly_data_per_year = [date, round(data['CO2_concentration'][(data.
↪year == a) & (data.month == b)].mean(),2),a,b]
        Monthly_data_list.append(Monthly_data_per_year)

Monthly_data=pd.DataFrame(Monthly_data_list)
Monthly_data.columns =_
↪['date','CO2_concentration_moyenne_mensuelle','year','month']
Monthly_data
database_size = len(Monthly_data['date'])
```

### 1.2.1 Tracé des données moyennées par mois depuis fin mars 1958

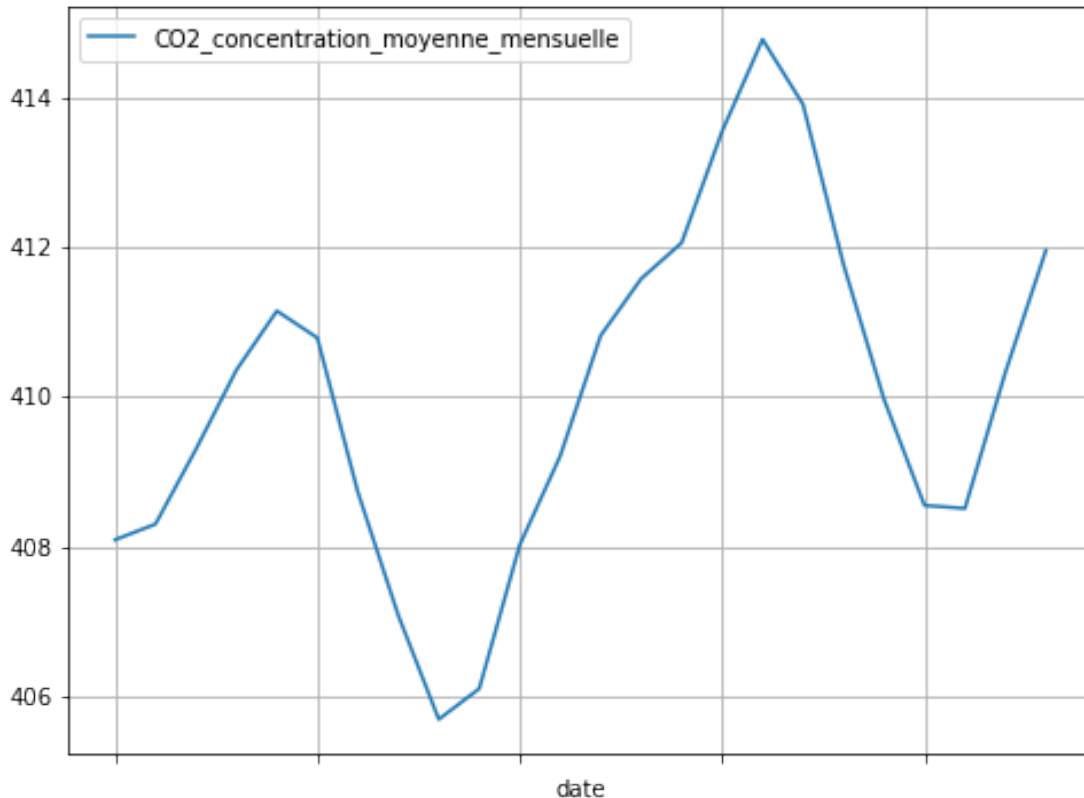
```
[10]: fig3 = Monthly_data.plot(x = 'date',y =_
↪'CO2_concentration_moyenne_mensuelle',figsize=(10,6))
plt.grid()
# Les dates ne veulent pas s'afficher en abscisse ? À résoudre ultérieurement...
```



### 1.2.2 Tracé des données sur les deux années 2018 et 2019

```
[11]: fig4 = Monthly_data[(Monthly_data.year == 2018) |
                          (Monthly_data.year == 2019)].plot(x = 'date', y = 'CO2_concentration_moyenne_mensuelle',
                                                              figsize=(8,6))
plt.grid()

# Les dates ne veulent pas s'afficher en abscisse ? À résoudre ultérieurement...
```



Date (année-mois) du minimum de 2009 à 2019

```
[12]: annees = [2009+i for i in range(10)]
min_annees = []
date_min_annees = []
j = 0
for i in annees:
    min_annees.append(Monthly_data['CO2_concentration_moyenne_mensuelle'][(Monthly_data.
    year == i)].min())
    date_min_annees.append(Monthly_data['date'][(Monthly_data.year == i) &
    (Monthly_data['CO2_concentration_moyenne_mensuelle'] == min_annees[j])])
    print('min de l'année',i,':', min_annees[j], 'à la date:
    ',date_min_annees[j])
    j = j+1
```

min de l'année 2009 : 384.45 à la date: 614      2009-10

Name: date, dtype: object

min de l'année 2010 : 386.9 à la date: 625      2010-9

Name: date, dtype: object

```

min de l'année 2011 : 389.02 à la date: 638      2011-10
Name: date, dtype: object
min de l'année 2012 : 391.2 à la date: 649      2012-9
Name: date, dtype: object
min de l'année 2013 : 393.38 à la date: 661      2013-9
Name: date, dtype: object
min de l'année 2014 : 395.5 à la date: 673      2014-9
Name: date, dtype: object
min de l'année 2015 : 397.56 à la date: 685      2015-9
Name: date, dtype: object
min de l'année 2016 : 401.12 à la date: 697      2016-9
Name: date, dtype: object
min de l'année 2017 : 403.32 à la date: 709      2017-9
Name: date, dtype: object
min de l'année 2018 : 405.69 à la date: 721      2018-9
Name: date, dtype: object

```

De la position des minima, on peut en deduire que la périodicité de la variation rapide est de l'ordre de l'année (nous préciserons cela plus loin) et que le minimum de CO<sub>2</sub> à Mauna Loa, Hawaii, États-Unis (lieu des mesures) est en septembre ou octobre.

### 1.3 Étude spectrale des données pour séparer et caractériser les deux phénomènes rapide puis lent

#### 1.3.1 Calcul du spectre sur toutes les données

Attention les fréquences négatives de la FFT sont situées dans le seconde moitié du spectre

```

[13]: data_pour_fft = np.array(Monthly_data['CO2_concentration_moyenne_mensuelle'])
      data_pour_fft
      fft_data = np.fft.fft(data_pour_fft)
      freq_pos = np.fft.fftfreq(len(fft_data))

```

Creation d'un tableau avec les fréquences negatives pour affichage courbe et classement du tableau des données fft de la même façon pour obtenir spectre classique symétrique par rapport à la fréquence nulle (concentration constante de CO<sub>2</sub>)

```

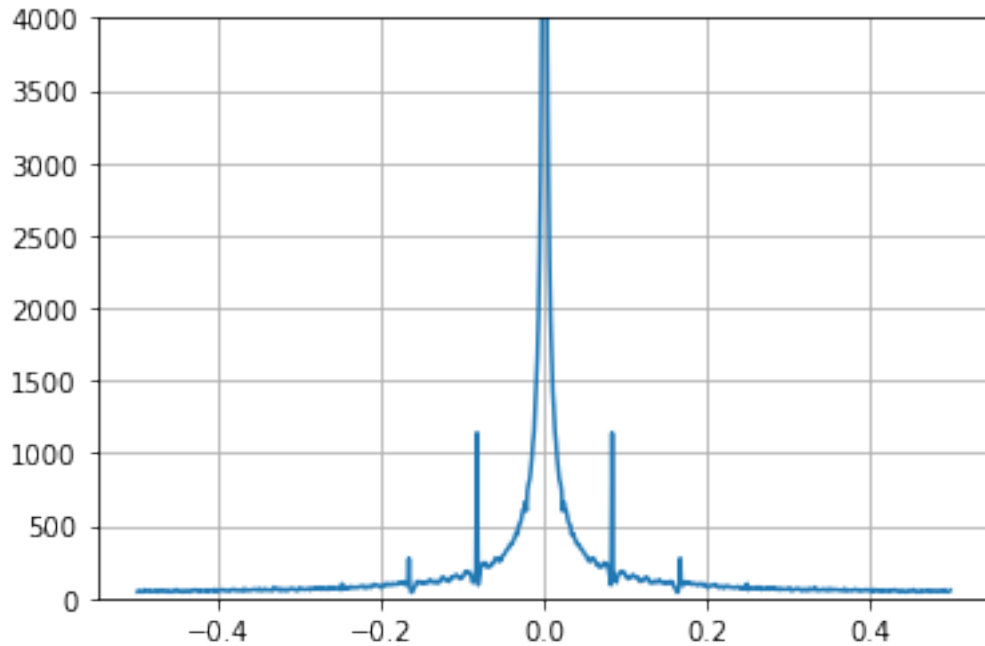
[14]: freq = []
      freq.extend(freq_pos[int(len(freq_pos)/2):
      ↪ len(freq_pos)-1]-freq_pos[len(freq_pos)-1])
      freq.extend(freq_pos[0:int(len(freq_pos)/2)])

      fft_data_plot = []
      fft_data_plot.extend(fft_data[int(len(freq_pos)/2):len(freq_pos)-1])
      fft_data_plot.extend(fft_data[0:int(len(freq_pos)/2)])

```

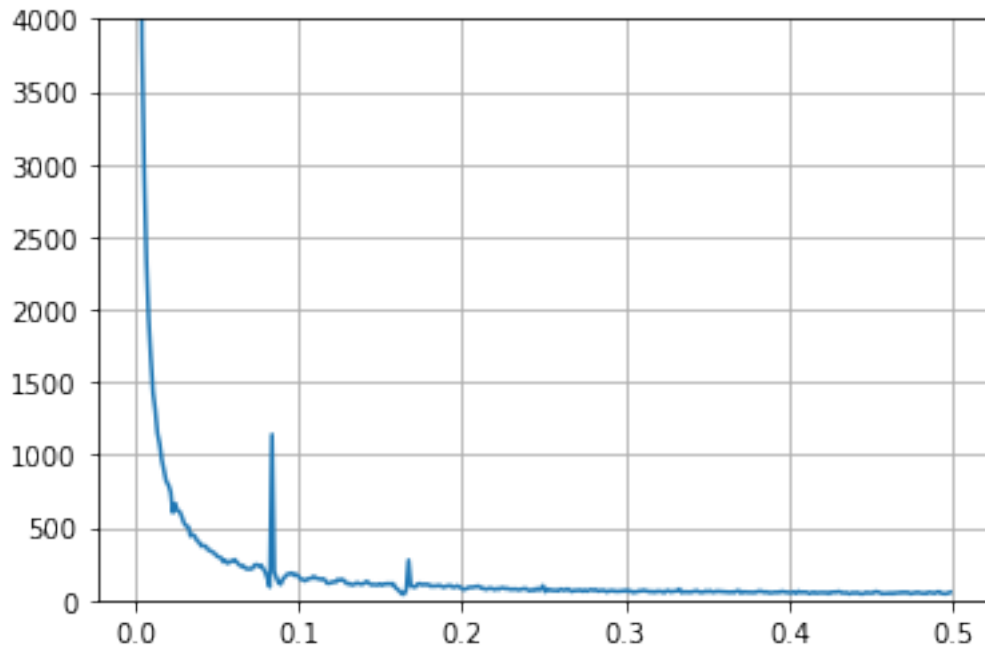
### 1.3.2 Tracé du spectre complet

```
[15]: mod_fft_data_plot=[abs(fft_data_plot[i]) for i in range(len(fft_data_plot))]  
fig5 = plt.plot(freq,mod_fft_data_plot)  
axes = plt.gca()  
#axes.set_xlim() # non utilise  
axes.set_ylim(0, 4000)  
plt.grid()
```



### 1.3.3 Tracé des fréquences positives uniquement

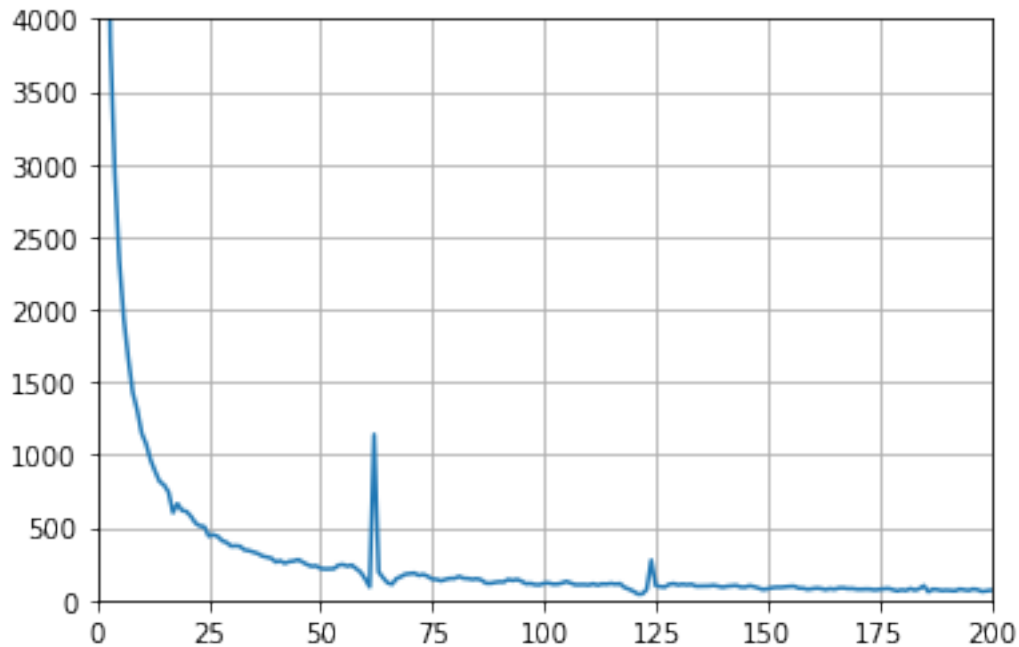
```
[16]: fig6 = plt.plot(freq[int(len(freq_pos)/2):len(freq_pos)-1],  
                      mod_fft_data_plot[int(len(freq_pos)/2):len(freq_pos)-1])  
axes = plt.gca()  
#axes.set_xlim(0, 0.1)  
axes.set_ylim(0, 4000)  
plt.grid()
```



Nous avons mis en évidence le comportement oscillant de la concentration de CO<sub>2</sub> visible au travers du contenu spectral très marqué autour de 0.1. On note aussi la présence d'un peu d'harmonique 2. Le phénomène n'est pas une oscillation pure mono-fréquentielle. Nous allons filtrer ce contenu.

Cherchons l'index de la fréquence du maximum proche de  $\text{freq}=0.01$  dans le tableau de la fft de départ. Pour cela nous traçons cette fois le spectre en fonction de l'indice du tableau de valeurs.

```
[17]: fig7 = plt.plot(abs(fft_data[0:int(len(fft_data)/2)-1]))
      axes = plt.gca()
      axes.set_xlim(0, 200)
      axes.set_ylim(0, 4000)
      plt.grid()
```



## 1.4 Conclusion sur le phénomène rapide

À partir de cette courbe nous pouvons déterminer précisément la fréquence des oscillations rapide (calcul suivant). Le résultat met en évidence une fréquence à  $0.084\text{mois}^{-1} = \frac{1}{12}\text{mois}^{-1}$ , soit une période d'une année.

Nous retrouvons le résultat entrevue par la recherche des minima au départ. Nous pouvons préciser que le phénomène n'est pas purement sinusoïdal car nous avons clairement une composante à l'harmonique 2 soit  $1.67\text{mois}^{-1} = \frac{2}{12}\text{mois}^{-1}$ .

**Hyp :** Le phénomène n'est probablement pas directement lié à la différence d'activité humaine à Hawaï selon la période été/hiver, mais plus probablement à un stockage du CO2 cyclique dans l'océan qui entoure la station de mesure sur l'île.

```
[18]: vmax= fft_data[50:75].max()
      print('vmax = ',vmax)
      imax = np.where(fft_data == vmax)[0][0]
      print('index = ',imax)
      freqmax = freq_pos[imax]
      print('frequence du maximum local =', freqmax)
```

```
vmax = (178.51619865797664+1126.1445008434132j)
index = 62
frequence du maximum local = 0.08355795148247978
```

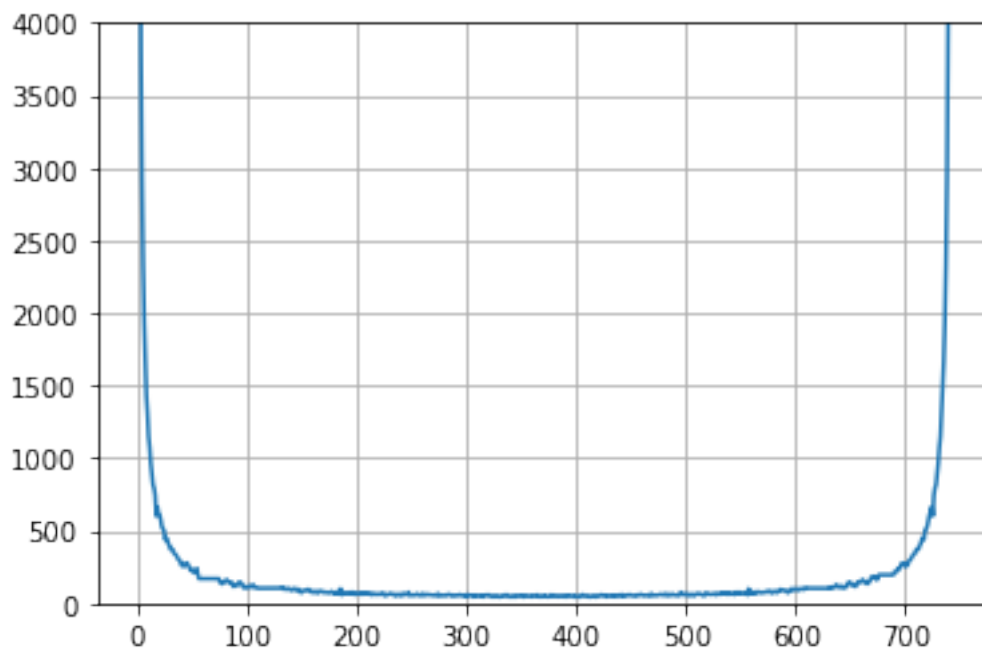
## 1.5 Caractérisation du phénomène lent

Nous pouvons maintenant filtrer grossièrement les données spectrales en *supprimant* les pics parasites, tant sur les fréquences positives que négatives, pour essayer de préciser la nature de la variation lente observée sous la variation rapide.

**NB :** Il est bien sûr possible de réaliser un filtrage passe-bas plus conventionnel mais l'approche donnée ici suffit pour modéliser le phénomène lent afin d'obtenir une extrapolation de l'évolution à moyen terme (2025).

```
[19]: fft_data_filtree = np.copy(fft_data)
      for i in range(55,75):
          fft_data_filtree[i]=(fft_data_filtree[55]+fft_data_filtree[75])/2
      for i in range(110,130):
          fft_data_filtree[i] = (fft_data_filtree[110]+fft_data_filtree[130])/2
      for i in range(675,690):
          fft_data_filtree[i]=(fft_data_filtree[675]+fft_data_filtree[690])/2
      for i in range(610,630):
          fft_data_filtree[i]=(fft_data_filtree[610]+fft_data_filtree[630])/2

      mod_fft_data_filtree = np.abs(fft_data_filtree)
      fig8 = plt.plot(mod_fft_data_filtree)
      axes = plt.gca()
      #axes.set_xlim(0, 200)
      axes.set_ylim(0, 4000)
      plt.grid()
```



```
[20]: filtered_data = np.fft.ifft(fft_data_filtree)
Monthly_data['filtered_data'] = np.around(np.abs(filtered_data[0:
↪len(filtered_data)]),decimals=2)
Monthly_data
```

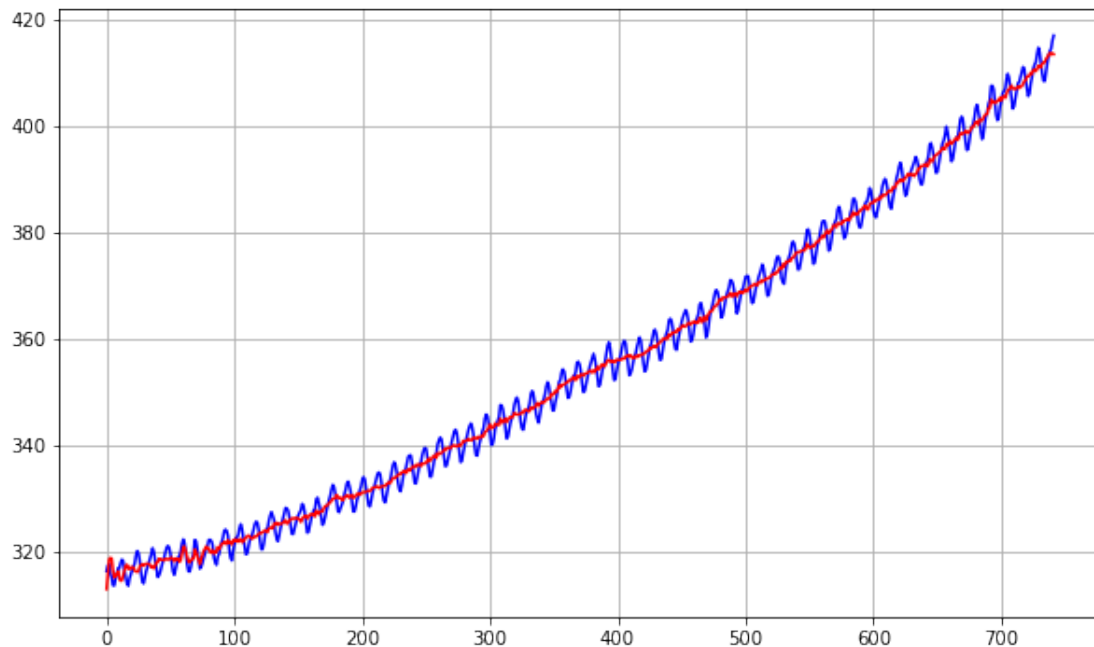
```
[20]:
```

|     | date    | CO2_concentration_moyenne_mensuelle | year | month | filtered_data |
|-----|---------|-------------------------------------|------|-------|---------------|
| 0   | 1958-3  | 316.19                              | 1958 | 3     | 312.80        |
| 1   | 1958-4  | 317.26                              | 1958 | 4     | 315.57        |
| 2   | 1958-5  | 317.50                              | 1958 | 5     | 318.40        |
| 3   | 1958-7  | 315.69                              | 1958 | 7     | 318.69        |
| 4   | 1958-8  | 314.99                              | 1958 | 8     | 318.58        |
| 5   | 1958-9  | 313.54                              | 1958 | 9     | 316.32        |
| 6   | 1958-11 | 313.47                              | 1958 | 11    | 314.99        |
| 7   | 1958-12 | 314.74                              | 1958 | 12    | 315.39        |
| 8   | 1959-1  | 315.54                              | 1959 | 1     | 315.71        |
| 9   | 1959-2  | 316.72                              | 1959 | 2     | 316.19        |
| 10  | 1959-3  | 316.75                              | 1959 | 3     | 314.88        |
| 11  | 1959-4  | 317.70                              | 1959 | 4     | 314.34        |
| 12  | 1959-5  | 318.38                              | 1959 | 5     | 314.49        |
| 13  | 1959-6  | 318.08                              | 1959 | 6     | 315.38        |
| 14  | 1959-7  | 316.58                              | 1959 | 7     | 316.40        |
| 15  | 1959-8  | 314.92                              | 1959 | 8     | 317.24        |
| 16  | 1959-9  | 313.87                              | 1959 | 9     | 317.39        |
| 17  | 1959-10 | 313.44                              | 1959 | 10    | 316.61        |
| 18  | 1959-11 | 314.90                              | 1959 | 11    | 316.93        |
| 19  | 1959-12 | 315.58                              | 1959 | 12    | 316.65        |
| 20  | 1960-1  | 316.42                              | 1960 | 1     | 316.95        |
| 21  | 1960-2  | 317.00                              | 1960 | 2     | 316.89        |
| 22  | 1960-3  | 317.64                              | 1960 | 3     | 316.26        |
| 23  | 1960-4  | 319.15                              | 1960 | 4     | 316.15        |
| 24  | 1960-5  | 319.97                              | 1960 | 5     | 316.03        |
| 25  | 1960-6  | 319.51                              | 1960 | 6     | 316.25        |
| 26  | 1960-7  | 318.09                              | 1960 | 7     | 317.05        |
| 27  | 1960-8  | 315.80                              | 1960 | 8     | 317.38        |
| 28  | 1960-9  | 314.23                              | 1960 | 9     | 317.46        |
| 29  | 1960-10 | 313.88                              | 1960 | 10    | 317.22        |
| ..  | ...     | ...                                 | ...  | ...   | ...           |
| 712 | 2017-12 | 406.76                              | 2017 | 12    | 407.10        |
| 713 | 2018-1  | 408.09                              | 2018 | 1     | 407.51        |
| 714 | 2018-2  | 408.30                              | 2018 | 2     | 407.17        |
| 715 | 2018-3  | 409.30                              | 2018 | 3     | 407.43        |
| 716 | 2018-4  | 410.36                              | 2018 | 4     | 407.56        |
| 717 | 2018-5  | 411.15                              | 2018 | 5     | 407.95        |
| 718 | 2018-6  | 410.79                              | 2018 | 6     | 408.48        |
| 719 | 2018-7  | 408.73                              | 2018 | 7     | 408.60        |
| 720 | 2018-8  | 407.08                              | 2018 | 8     | 409.37        |

|     |         |        |      |    |        |
|-----|---------|--------|------|----|--------|
| 721 | 2018-9  | 405.69 | 2018 | 9  | 409.36 |
| 722 | 2018-10 | 406.10 | 2018 | 10 | 409.52 |
| 723 | 2018-11 | 408.02 | 2018 | 11 | 410.09 |
| 724 | 2018-12 | 409.21 | 2018 | 12 | 409.84 |
| 725 | 2019-1  | 410.82 | 2019 | 1  | 410.53 |
| 726 | 2019-2  | 411.58 | 2019 | 2  | 410.70 |
| 727 | 2019-3  | 412.06 | 2019 | 3  | 410.37 |
| 728 | 2019-4  | 413.55 | 2019 | 4  | 410.80 |
| 729 | 2019-5  | 414.78 | 2019 | 5  | 411.39 |
| 730 | 2019-6  | 413.91 | 2019 | 6  | 411.16 |
| 731 | 2019-7  | 411.77 | 2019 | 7  | 411.05 |
| 732 | 2019-8  | 409.97 | 2019 | 8  | 411.76 |
| 733 | 2019-9  | 408.55 | 2019 | 9  | 411.99 |
| 734 | 2019-10 | 408.51 | 2019 | 10 | 412.02 |
| 735 | 2019-11 | 410.33 | 2019 | 11 | 412.70 |
| 736 | 2019-12 | 411.96 | 2019 | 12 | 412.99 |
| 737 | 2020-1  | 413.31 | 2020 | 1  | 413.47 |
| 738 | 2020-2  | 414.14 | 2020 | 2  | 413.78 |
| 739 | 2020-3  | 414.62 | 2020 | 3  | 413.46 |
| 740 | 2020-4  | 416.14 | 2020 | 4  | 413.72 |
| 741 | 2020-5  | 417.08 | 2020 | 5  | 413.58 |

[742 rows x 5 columns]

```
[21]: trace=['CO2_concentration_moyenne_mensuelle','filtered_data']
couleur = ['blue','red']
j=0
fig9 = plt.figure(figsize=(10,6))
plt.grid()
for i in trace:
    plt.plot(Monthly_data[i],color=couleur[j])
    j=j+1
    #L'indice correspond au nombre de mois depuis la date de la première mesure
    ↪ en 1958-8
```



L'allure de la courbe filtrée laisse à penser que la variation est de type exponentielle mais avec un coefficient petit. Cette hypothèse est bien sûr difficile à affirmer compte tenu de la faible courbure sur les 60 et quelques années de données. Nous allons tenter d'obtenir les caractéristiques de l'exponentielle qui s'ajustera au mieux aux données de la concentration mensuelle de CO2 filtrée. La fonction considérée est:  $f_{CO_2} = A.e^{at} + B$ .

```
[22]: # Pour le temps on choisit l'indice des data filtrées.
# L'écart entre deux données est le mois, après moyennage sur chaque mois de
# → chaque année

taille = len(Monthly_data['filtered_data'])
t=range(taille)
C_CO2 = Monthly_data['filtered_data']

#Définition des fonctions utilisées pour l'optimisation
def f_CO2_exp(t,A,B,a): # Concentration en CO2 calculée par un modèle
# → exponentiel
    D=[]
    n=len(t)
    for i in range(n):
        fco2=A*np.exp(a*t[i])+B
        D.append(fco2)
    return D

## Initialisation valeurs pour optimisation
```

```

parametres=(0.1,300,0.0001)
bndsCurveFit = ([0, 250, 0], [ 100, 350, 0.01])
popt, pcov = optimize.curve_fit(f_C02_exp, t, C_C02, p0=parametres,
    ↳ bounds=bndsCurveFit, maxfev = 10000)
Aopt,Bopt,aopt=popt
print('A = ',int(Aopt),' B = ',int(Bopt),' a = ',round(aopt,7))

```

A = 56 B = 257 a = 0.0013751

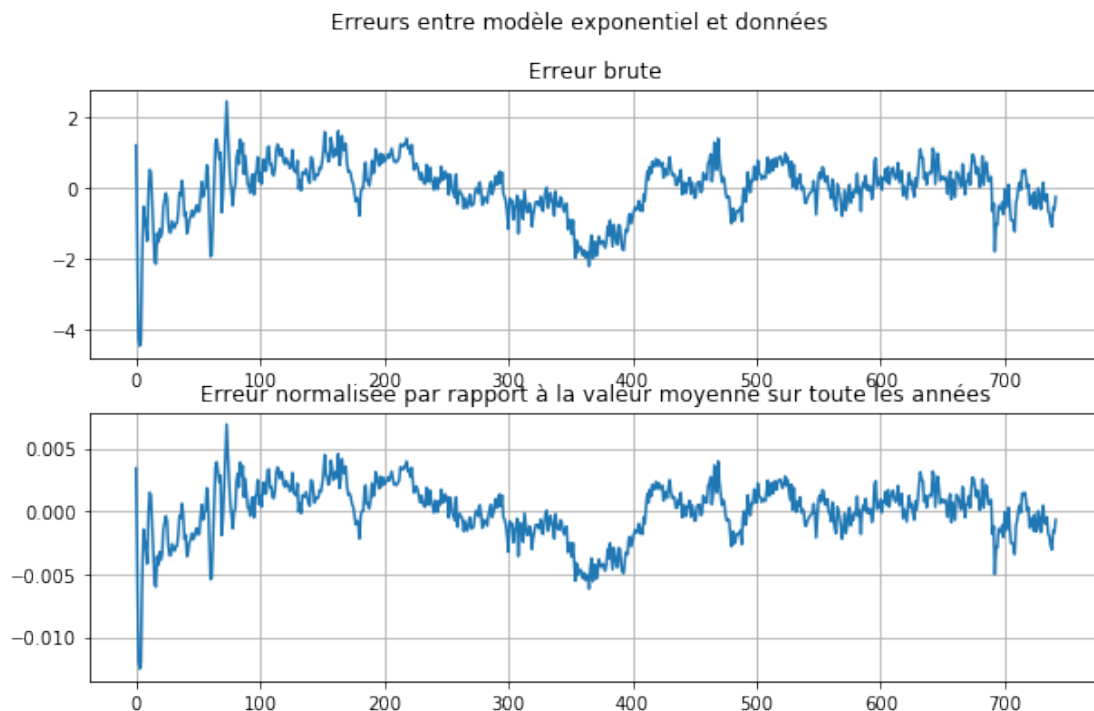
```

[23]: fig10 = plt.figure(1,figsize=(10,6))
plt.suptitle("Erreurs entre modèle exponentiel et données")

plt.subplot(211)
plt.
    ↳ plot(f_C02_exp(t,Aopt,Bopt,aopt)-Monthly_data['filtered_data'],label="Erreur_
    ↳ brute")
plt.title("Erreur brute")
plt.grid()

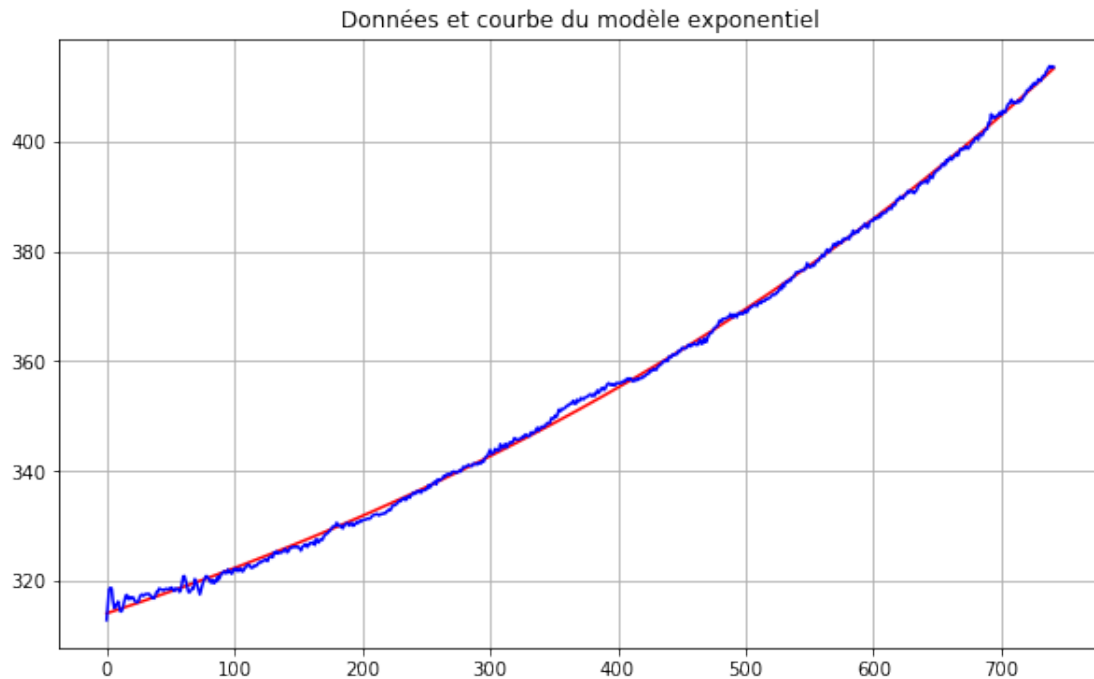
plt.subplot(212)
moyenne_C02 = Monthly_data['filtered_data'].mean()
plt.plot((f_C02_exp(t,Aopt,Bopt,aopt)-Monthly_data['filtered_data'])/
    ↳ moyenne_C02)
plt.title("Erreur normalisée par rapport à la valeur moyenne sur toute les_
    ↳ années")
plt.grid()

```



Les courbes sur les erreurs montre que le modèle exponentielle est assez juste.

```
[24]: plt.figure(figsize=(10,6))
plt.title('Données et courbe du modèle exponentiel')
plt.plot(f_CO2_exp(t,Aopt,Bopt,aopt), 'red')
plt.plot(Monthly_data['filtered_data'], 'blue')
plt.grid()
```



Notre modèle semble relativement bien fonctionner avec la modélisation exponentielle. Il est à noter que la concentration initiale (B) du modèle est fixée par la relative “jeunesse” des données. **Rmq :** On pourrait encore affiner la précision du modèle en supprimant les données oscillantes initiales ou en en moyennant leur fluctuation. Nous allons maintenant extrapoler la contraction de CO2 à **janvier 2025**. Ainsi de future données permettront de valider ou non le modèle fait ce jour (juin 2020). Pour cela nous allons calculer le nombre de mois entre la dernière mesures et **janvier 2025**. Ce nombre de mois sera à ajouter à l'indice finale des données pour obtenir l'extrapolation.

```
[25]: # Dernière année des données
last_year = Monthly_data['year'][taille-1]
# Dernier mois des données
last_month_last_year = Monthly_data['month'][taille-1]
ecart_next_year = 12 - last_month_last_year #en mois
ecart_next_year_2025 = 2025 - (last_year + 1)
ecart_month_to_2025 = ecart_next_year + 12 * ecart_next_year_2025
```

```

# print(last_year, last_month_last_year, ecart_next_year, ecart_next_year_2025, ecart_month_to_2025)
indice_temps_en_mois = (taille-1) + ecart_month_to_2025
# (taille-1) est le dernier indice de la matrice Monthly_data
# print(indice_temps_en_mois)
CO2_extrapolée_2015 = round(Aopt*np.exp(aopt*indice_temps_en_mois)+Bopt,2) #
    ↳ calcul direct de la valeur
print('Concentration extrapolée en micro-mol CO2 par mole (ppm) =')
    ↳ CO2_extrapolée_2015
var_rel = round((CO2_extrapolée_2015 -
    ↳ Monthly_data['CO2_concentration_moyenne_mensuelle'][taille-1])
    /
    ↳ Monthly_data['CO2_concentration_moyenne_mensuelle'][taille-1]*100,2)
print('Soit une variation relative par rapport à la dernière mesure de')
    ↳ var_rel, '%')

```

Concentration extrapolée en micro-mol CO2 par mole (ppm) = 425.55  
 Soit une variation relative par rapport à la dernière mesure de 2.03 %

## 1.6 Conclusion sur le phénomène lent

La variation lente est apparemment de type exponentielle.

Une extrapolation à **Janvier 2015** donne une concentration de CO2 à **425.55 ppm**.

Ceci représente une augmentation de **2.03 %** en un peu moins de **5 ans**.

Nous donnons au final la courbe de la variation lente extrapolée jusqu'à janvier 2015, combinée avec les données mensuelles complètes.

```

[26]: t_extrapol=[i for i in range(taille+ecart_month_to_2025)]
plt.figure(figsize=(10,6))
plt.title('Données et courbe du modèle exponentiel extrapolée à janvier 2025')
plt.plot(f_CO2_exp(t_extrapol,Aopt,Bopt,aopt),'red')
plt.plot(Monthly_data['CO2_concentration_moyenne_mensuelle'])
plt.grid()

```

